

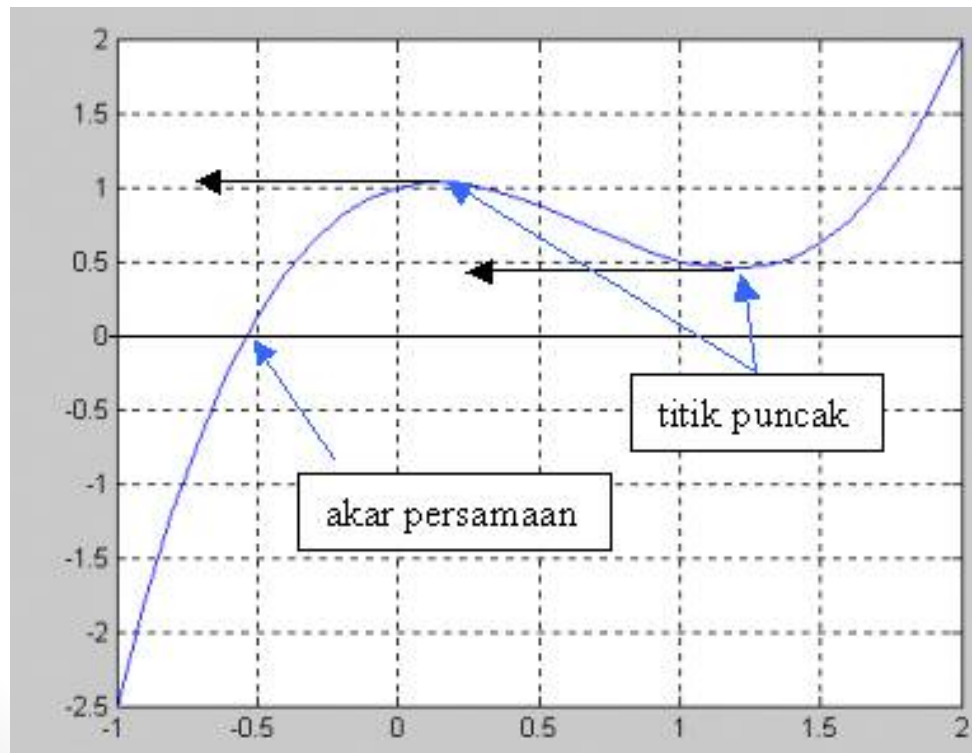
Persamaan Non Linier Metode Newton Raphson dengan Modifikasi Tabel

Oleh :

Mike Yuliana

Permasalahan pada pemakaian metode newton raphson

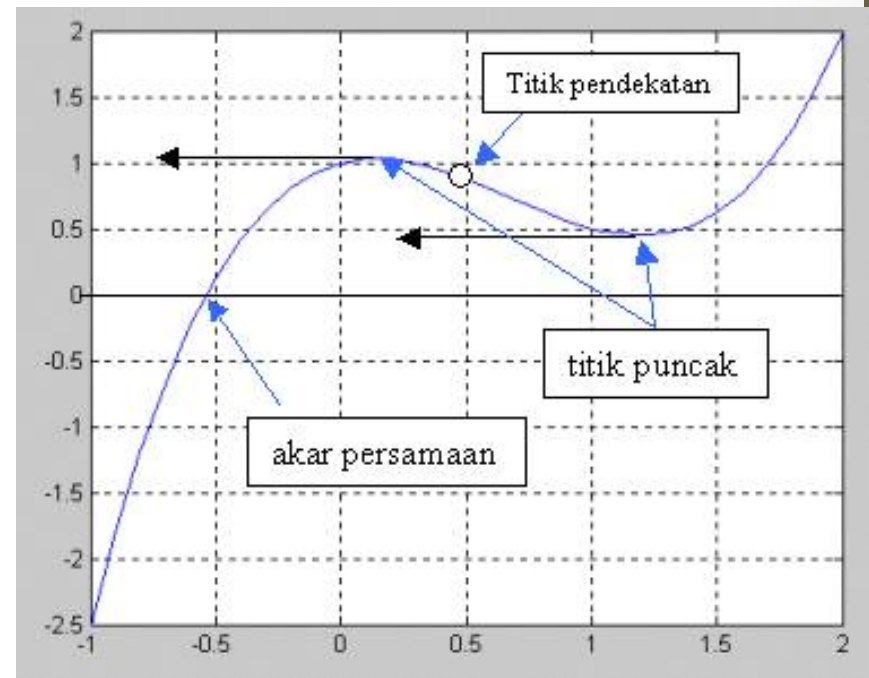
- Metode ini tidak dapat digunakan ketika titik pendekatannya berada pada titik ekstrim atau titik puncak, karena pada titik ini nilai $F'(x) = 0$ sehingga nilai penyebut dari $\frac{F(x)}{F'(x)}$ sama dengan nol, secara grafis dapat dilihat sebagai berikut:



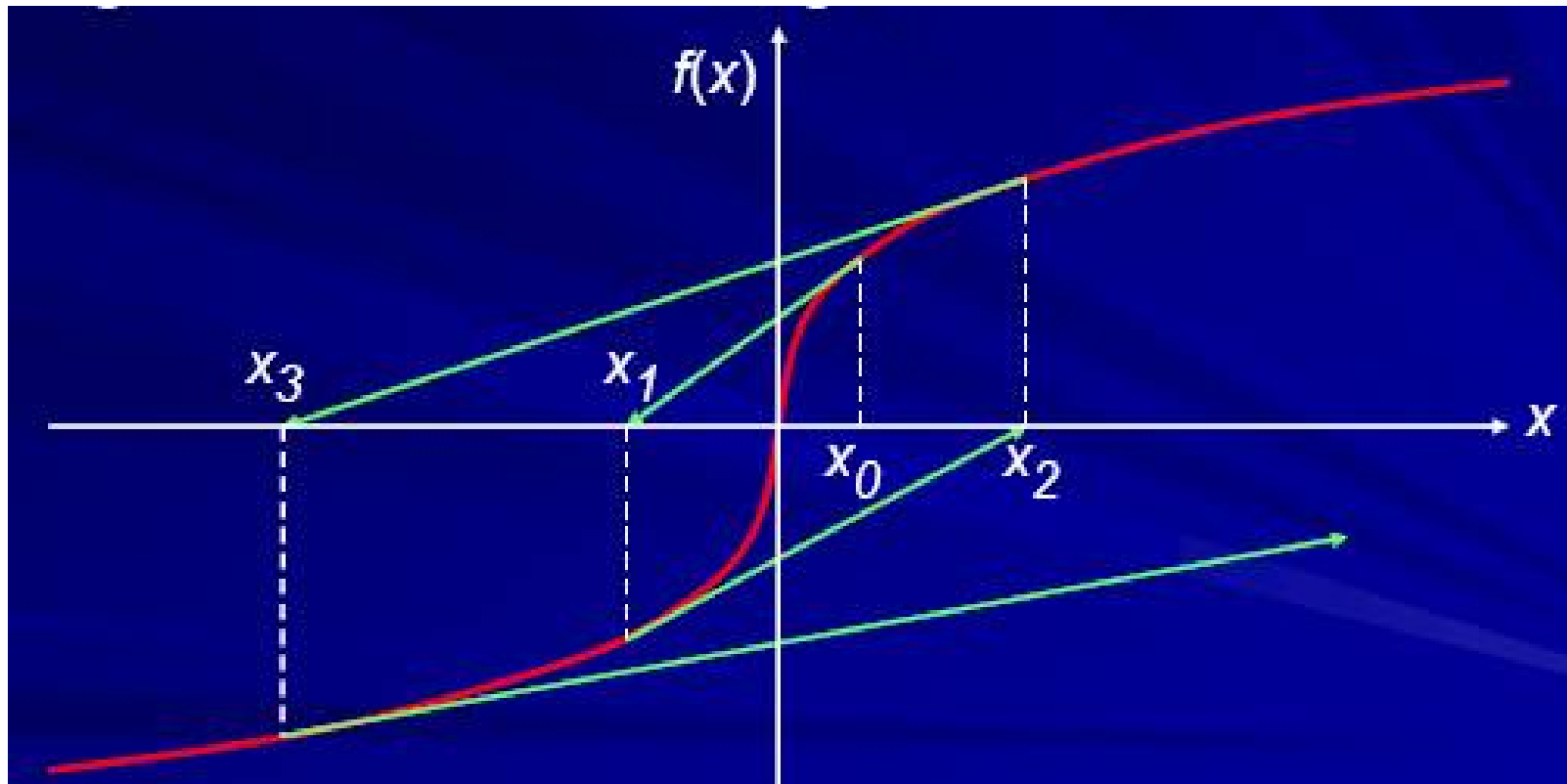
Bila titik pendekatan berada pada titik puncak, maka titik selanjutnya akan berada di tak berhingga.

Permasalahan pada pemakaian metode newton raphson

- Metode ini menjadi sulit atau lama mendapatkan penyelesaian ketika titik pendekatannya berada di antara dua titik stasioner.
- Bila titik pendekatan berada pada dua titik puncak akan dapat mengakibatkan hilangnya penyelesaian (*divergensi*). Hal ini disebabkan titik selanjutnya berada pada salah satu titik puncak atau arah pendekatannya berbeda.



Hasil Tidak Konvergen



Penyelesaian Permasalahan pada pemakaian metode newton raphson

1. Bila titik pendekatan berada pada titik puncak maka titik pendekatan tersebut harus di geser sedikit, $x_i = x_i \pm \delta$ dimana δ adalah konstanta yang ditentukan dengan demikian $F'(x_i) \neq 0$ dan metode newton raphson tetap dapat berjalan.
2. Untuk menghindari titik-titik pendekatan yang berada jauh, sebaiknya pemakaian metode newton raphson ini didahului oleh metode tabel, sehingga dapat di jamin konvergensi dari metode newton raphson.

Contoh Soal

- $x \cdot e^{-x} + \cos(2x) = 0 \rightarrow x_0 = 0,176281$
- $f(x) = x \cdot e^{-x} + \cos(2x)$
- $f_1(x) = (1-x) e^{-x} - 2 \sin(2x)$
- $F(x_0) = 1,086282$
- $F^1(x_0) = -0,000015$

$X = 71365,2$

padahal dalam range 0 sampai dengan 1 terdapat akar di sekitar 0.5 s/d 1.

iterasi	x	f(x)	f'(x)
0	0,17628	1,086282	-1,52216E-05
1	71364,89	0,594134	-1,608732696
2	71365,26	-0,10227	-1,989513691
3	71365,2	0,00036	-1,99999987
4	71365,2	-2,9E-11	-2
5	71365,2	3,13E-13	-2
6	71365,2	3,13E-13	-2

Contoh Soal

- Untuk menghindari hal ini sebaiknya digunakan grafik atau tabel sehingga dapat diperoleh pendekatan awal yang baik. Digunakan pendekatan awal $x_0=0.5$

Iterasi	x	f(x)	f'(x)
0	0,5	0,843568	-1,37967664
1	1,111424	-0,24106	-1,626349133
2	0,963203	0,019463	-1,86082504
3	0,973662	5,61E-05	-1,849946271
4	0,973692	4,98E-10	-1,849913417
5	0,973692	0	-1,849913417
6	0,973692	0	-1,849913417

X



Contoh Soal

- Hasil dari penyelesaian persamaan
- $x * \exp(-x) + \cos(2x) = 0$ pada range $[0,5]$

Iterasi	x	f(x)	f'(x)
0	0.5	0.843568	-1.37968
1	1.11142	-0.24106	-1.62635
2	0.963203	0.0194632	-1.86083
3	0.973662	5.6107e-005	-1.84995
4	0.973692	4.98195e-010	-1.84991

Akar terletak di $x = 0.973692$

Iterasi	x	f(x)	f'(x)
0	2	-0.382973	1.37827
1	2.27787	0.0774688	1.84452
2	2.23587	0.000671812	1.81025
3	2.23549	6.74538e-008	1.80989

Akar terletak di $x = 2.23549$

Iterasi	x	f(x)	f'(x)
0	3.5	0.859593	-1.38947
1	4.11865	-0.307004	-1.90559
2	3.95754	0.0145632	-2.05279
3	3.96464	7.5622e-006	-2.05059

Akar terletak di $x = 3.96464$

Algoritma Metode Newton Raphson dengan modifikasi tabel :

1. Definisikan fungsi $F(x)$
2. ambil range nilai $x = [a, b]$ dengan jumlah pembagi n
3. Masukkan toleransi error (e) dan masukkan iterasi n
4. Gunakan algoritma tabel diperoleh titik pendekatan awal x_0 dari :
 $F(x_k) \cdot F(x_{k+1}) < 0$ maka $x_0 = x_k$
5. Hitung $F(x_0)$ dan $F^1(x_0)$
6. Bila $F\left(\text{abs}\left(F^1(x_0)\right)\right) < e$ maka pendekatan awal x_0 digeser sebesar dx (dimasukkan)
 $x_0 = x_0 + dx$
hitung $F(x_0)$ dan $F^1(x_0)$
7. Untuk iterasi $I = 1$ s/d n atau $|F(x_i)| \geq e$
$$x_1 = x_{i-1} - \frac{F(x_{i-1})}{F^1(x_{i-1})}$$
hitung $F(x_i)$ dan $F^1(x_i)$
bila $|F^1(x_i)| < e$ maka
 $x_i = x_i + dx$
hitung $F(x_i)$ dan $F^1(x_0)$
8. Akar persamaan adalah x terakhir yang diperoleh.

Contoh

- Hitunglah akar $f(x) = e^x - 5x^2$ dengan metode Newton Raphson. Gunakan $\epsilon = 0.00001$. Tebakan awal akar $x_0 = 1$

- **Penyelesaian**

$$f(x) = e^x - 5x^2 \quad f'(x) = e^x - 10x$$

- Prosedur iterasi Newton Raphson

$$x_{r+1} = x_r - \frac{e^x - 5x^2}{e^x - 10x}$$

0	1	-2.28172
1	0.686651	-0.370399
2	0.610741	-0.0232286
3	0.605296	-0.000121011
4	0.605267	-3.35649e-009

Akar terletak di $x = 0.605267$