



# PEMODELAN MATEMATIKA UNTUK TRAFIK

---

Oleh :  
Mike Yuliana  
*PENS*

# Pokok Bahasan

1. Pure Chance Trafik
2. Statistical Equilibrium
3. Erlang Blocking Formula
4. Erlang Delay Formula

# Model Matematika untuk Trafik

Asumsi-asumsi yang perlu diperhatikan :

1. Pure Chance Trafik

Panggilan yang datang dan yang dibatalkan mempunyai kondisi random independent

2. Statistical Equilibrium

Pembangkitan trafik merupakan proses random stasioner, dimana probabilitas tidak berubah selama periode terpilih

# Pure Chance Trafik

Asumsi bahwa kedatangan panggilan dan selesainya percakapan telepon adalah kejadian-kejadian acak, menimbulkan hasil-hasil sebagai berikut :

1. Jumlah kedatangan panggilan telepon dalam selang waktu tertentu memiliki distribusi poisson ( distribusi untuk jumlah panggilan datang tak terhingga dan jumlah saluran yang disediakan terbatas), yaitu :

$$P(x) = \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu}$$

Dimana  $P(x)$  =probabilitas panggilan yang datang

$\mu$  =rata-rata panggilan dalam waktu  $T$

$x$  =jumlah panggilan yang datang dalam waktu  $T$

# Pure Chance Trafik

1. Interval,  $T$ , antar kedatangan panggilan telepon adalah interval antar kejadian acak independen dan interval-interval ini mempunyai distribusi eksponensial negatif, yaitu :

$$P(T \geq t) = e^{-t/\bar{T}}$$

dimana  $\bar{T}$  adalah rata-rata interval antar kedatangan panggilan telepon

2. Karena kedatangan dari tiap-tiap panggilan telepon dan selesainya percakapan merupakan kejadian yang acak, maka lama bicara,  $T$ , juga merupakan interval antara dua kejadian acak dan mempunyai distribusi eksponensial negatif yaitu

$$P(T \geq t) = e^{-t/h}$$

dimana  $h$  adalah rata-rata lama bicara

# Contoh 1

Secara rata-rata, sebuah panggilan datang setiap 5 detik. Hitunglah probabilitas masing-masing panggilan berikut ini untuk periode pengamatan 10 detik.

1. Tidak ada panggilan yang datang
2. Satu panggilan yang datang
3. Dua panggilan yang datang
4. Lebih dari dua panggilan yang datang

## Contoh 2

Dalam sebuah sistem telepon, lama bicara rata-rata adalah 2 menit. Sebuah percakapan sudah berlangsung 4 menit. Berapa probabilitas bahwa :

1. Percakapan itu akan berlangsung sedikitnya 4 menit lagi?
2. Percakapan itu akan berakhir dalam 4 menit berikutnya?

## Erlang Blocking Formula (1)

- Kapasitas sistem  
n = Jumlah saluran
- Traffic load  
a = offered traffic
- Quality of service  
 $B_c$  = Probabilitas seluruh saluran diduduki
- Hubungan kuantitatif antara 3 faktor tersebut diberikan oleh ***Erlang's Blocking Formula***



## Erlang's Blocking Formula (2)

$$B_c = \text{Erl}(n, a) = \frac{\frac{a^n}{n!}}{\sum_{i=0}^n \frac{a^i}{i!}}$$



- 
- Erlang's formula
  - Erlang's B-formula
  - Erlang's loss formula
  - Erlang's first formula

Diasumsikan terdapat  $n=4$  dan offered traffic  $a=2$  erlang.  
Maka call blocking probability-nya adalah :

$$B_c = \text{Erl}(4,2) = \frac{\frac{2^4}{4!}}{1 + 2 + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \frac{2^4}{4!}} = \frac{\frac{16}{24}}{1 + 2 + \frac{4}{2} + \frac{8}{6} + \frac{16}{24}} = \frac{2}{21} \approx 9.5\%$$

Jika kapasitas kanal ditingkatkan dengan menambah jumlah saluran  $n=6$ , maka :

$$B_c = \text{Erl}(6,2) = \frac{\frac{2^6}{6!}}{1 + 2 + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \frac{2^4}{4!} + \frac{2^5}{5!} + \frac{2^6}{6!}} \approx 1.2\%$$

Derajat pelayanan dari suatu sistem lost call dengan  $n$  trunk full availability, trafik yang ditawarkan sebanyak  $a$  trafik, adalah diberikan  $Erl(n,a)$ . Ini bisa saja dihitung langsung atau dengan cara iterasi dari suatu hubungan sederhana yang diperoleh sbb :

$$Erl(n, a) = \frac{a * Erl(n-1, a)}{n + a * Erl(n-1, a)}$$

## Soal

1. Sebuah grup terdiri dari 6 trunk mendapatkan traffic 3 E.  
Hitunglah :
  - a. Grade of service
  - b. Probabilitas dimana hanya 2 trunk yang sibuk
  - c. Probabilitas hanya 3 trunk yang bebas
  - d. Probabilitas paling banyak 1 trunk yang bebas
  - e. Probabilitas 6 trunk sibuk
2. Sebuah grup terdiri dari 20 trunk yang mempunyai grade of service 0,01 jika menerima traffic 12 E :
  - a. Berapa besar perbaikan GOS jika ditambahkan satu trunk lagi pada grup tersebut?
  - b. Berapa besar keburukan GOS jika satu trunk diambil dari grup tersebut?

# Tabel Trafik

- $E_{rl(n,a)}$  cocok untuk menyelesaikan permasalahan :  $A$  dan  $N$  diketahui, kemudian cari  $B$ .
- Namun untuk permasalahan :  $A$  dan  $B$  diketahui , kemudian cari  $N$ . Persamaan  $Erl(n,a)$  tidak cocok. Nilai lebih baik dihitung dengan menggunakan tabel Erlang.

---

## Soal:

Selama jam sibuk, sebuah perusahaan melakukan outgoing call sebanyak 120 dengan rata-rata waktu pendudukan sebanyak 2 menit. Perusahaan tersebut juga rata-rata menerima panggilan sebanyak 200 panggilan dengan rata-rata waktu pendudukan sebanyak 3 menit. Perusahaan tersebut ingin mendapatkan GOS 0.01 untuk incoming dan outgoing call. Berapa trunk yang dibutuhkan jika:

- a. Incoming dan outgoing menggunakan trunk yang terpisah
- b. Incoming dan outgoing menggunakan trunk yang sama.

### *Example 4.11*

The company in Example 4.1 wishes to obtain a grade of service of 0.01 for both incoming and outgoing calls. How many exchange lines should it rent if:

1. Incoming and outgoing calls are handled on separate groups of lines?
2. A common group of lines is used for both incoming and outgoing calls?

1. From Table 4.1:

- 4 E of outgoing traffic needs 10 lines

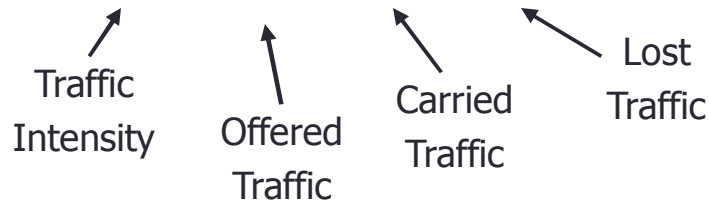
10 E of incoming traffic needs 18 lines

Total number of lines required is 28

2. The total traffic of 14 E requires only 23 lines.

## Efisiensi Trunk

- $a = a_O = a_C + a_L$



$$a_L = a_O \times \text{Prob. Blocking (atau congestion)}$$
$$= P(B) \times a_O = P(B) \times a$$

**Utilisasi trunk**( $\rho$ ) – atau disebut **efisiensi trunk**

- proporsi waktu sebuah sirkuit sedang sibuk, atau
- Rata-rata proporsi waktu setiap circuit dalam grup sedang sibuk

$$\rho = \frac{a_C}{\# \text{ of Trunks}}$$

## Efisiensi Trunk

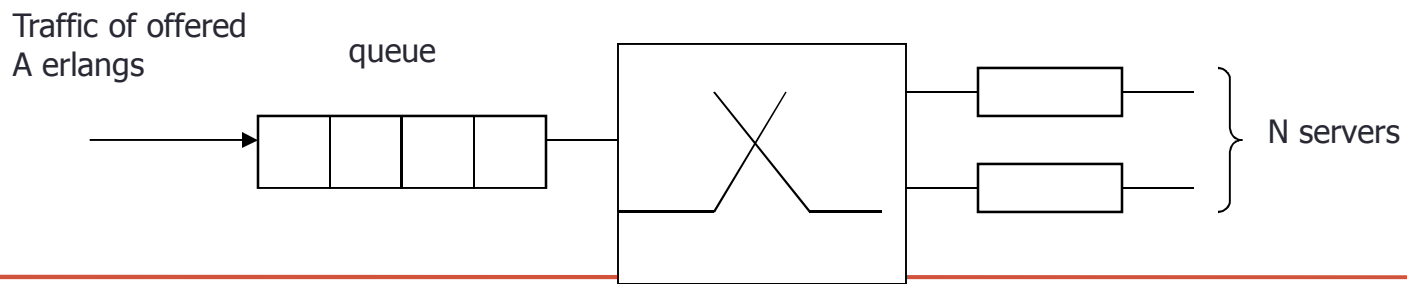
untuk  $N = 10$ ,  $a_c = 4.14 E \longrightarrow \rho = \frac{a_c}{N} = \frac{4.14}{10} = 41.4\%$  efisiensi

Untuk  $N = 100$ ,  $a_c = 78.2 E \longrightarrow \rho = \frac{a_c}{N} = \frac{78.2}{100} = 78.2\%$  efisiensi

Semakin besar grup trunk, maka efisiensi juga akan meningkat



## Second Erlang Distribution



- Pada queuing system, trunk sering disebut sebagai server → karena sering diaplikasikan pada berbagai bidang selain telekomunikasi

- Pada Sistem loss, Erlang's solution tergantung pada asumsi yaitu:
  - Panggilan yang mengalami congestion akan lost
- Pada Sistem waiting/queuing, Erlang's solution tergantung pada asumsi yaitu:
  - Panggilan yang mengalami congestion akan memasuki antrian dan dilayani jika ada trunk yang bebas.

- $x$  adalah total jumlah panggilan pada sistem. Jika  $x < N$ , maka panggilan bisa dilayani dan tidak ada delay. Jika  $x > N$  maka seluruh server sibuk dan panggilan yang masuk mengalami delay. Sehingga  $N$  panggilan dilayani dan  $x - N$  panggilan berada pada antrian.
- Probabilitas terjadinya delay:

$$P_D = \frac{A^N}{N!} \frac{N}{N - A} P(0) = E_{2,N}(A) \quad \longrightarrow \quad \text{Erlang Delay Formula}$$

$$P(0) = \left[ \frac{NA^N}{N!(N - A)} + \sum_{x=0}^{N-1} \frac{A^x}{x!} \right]^{-1} \quad \longrightarrow \quad \text{Second erlang distribution}$$

## Soal

Sebuah PABX memiliki 3 operator dan menerima 400 panggilan selama jam sibuk. Rata-rata waktu yang dibutuhkan oleh operator untuk handle panggilan adalah 18 detik. Berapa prosentase panggilan yang harus menunggu sampai operator menjawab panggilan tersebut!