

Praktikum 10

Penyelesaian Persamaan Linier Simultan Metode Eliminasi Gauss Seidel

10.1 Tujuan

Mempelajari metode Eliminasi Gauss Seidel untuk penyelesaian persamaan linier simultan

10.2 Dasar Teori

Metode iterasi Gauss-Seidel adalah metode yang menggunakan proses iterasi hingga diperoleh nilai-nilai yang berubah. Bila diketahui persamaan linier simultan:

$$\begin{array}{r}
 a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + \dots + a_{1n} x_n = b_1 \\
 a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 + \dots + a_{2n} x_n = b_2 \\
 a_{31} x_1 + a_{32} x_2 + a_{33} x_3 + \dots + a_{3n} x_n = b_3 \\
 \dots \\
 a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + a_{n3} x_3 + \dots + a_{nn} x_n = b_n
 \end{array}$$

Berikan nilai awal dari setiap x_i ($i=1$ s/d n) kemudian persamaan linier simultan diatas dituliskan menjadi:

$$\begin{array}{l}
 x_1 = \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \dots - a_{1n}x_n) \\
 x_2 = \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \dots - a_{2n}x_n) \\
 \dots \\
 x_n = \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \dots - a_{nn-1}x_{n-1})
 \end{array}$$

Dengan menghitung nilai-nilai x_i ($i=1$ s/d n) menggunakan persamaan-persamaan di atas secara terus-menerus hingga nilai untuk setiap x_i ($i=1$ s/d n) sudah sama dengan nilai x_i pada iterasi sebelumnya maka diperoleh penyelesaian dari persamaan linier simultan tersebut. Atau dengan kata lain proses iterasi dihentikan bila selisih nilai x_i ($i=1$ s/d n) dengan nilai x_i pada iterasi sebelumnya kurang dari nilai toleransi error yang ditentukan.

Catatan:

Hati-hati dalam menyusun sistem persamaan linier ketika menggunakan metode iterasi Gauss-Seidel ini. Perhatikan setiap koefisien dari masing-masing x_i pada semua persamaan di diagonal utama (a_{ii}). Letakkan nilai-nilai terbesar dari koefisien untuk setiap x_i pada diagonal utama. Masalah ini adalah '**masalah pivoting**' yang harus benar-benar diperhatikan, karena penyusunan yang salah akan menyebabkan iterasi menjadi divergen dan tidak diperoleh hasil yang benar.

Algoritma Metode Iterasi Gauss-Seidel adalah sebagai berikut:

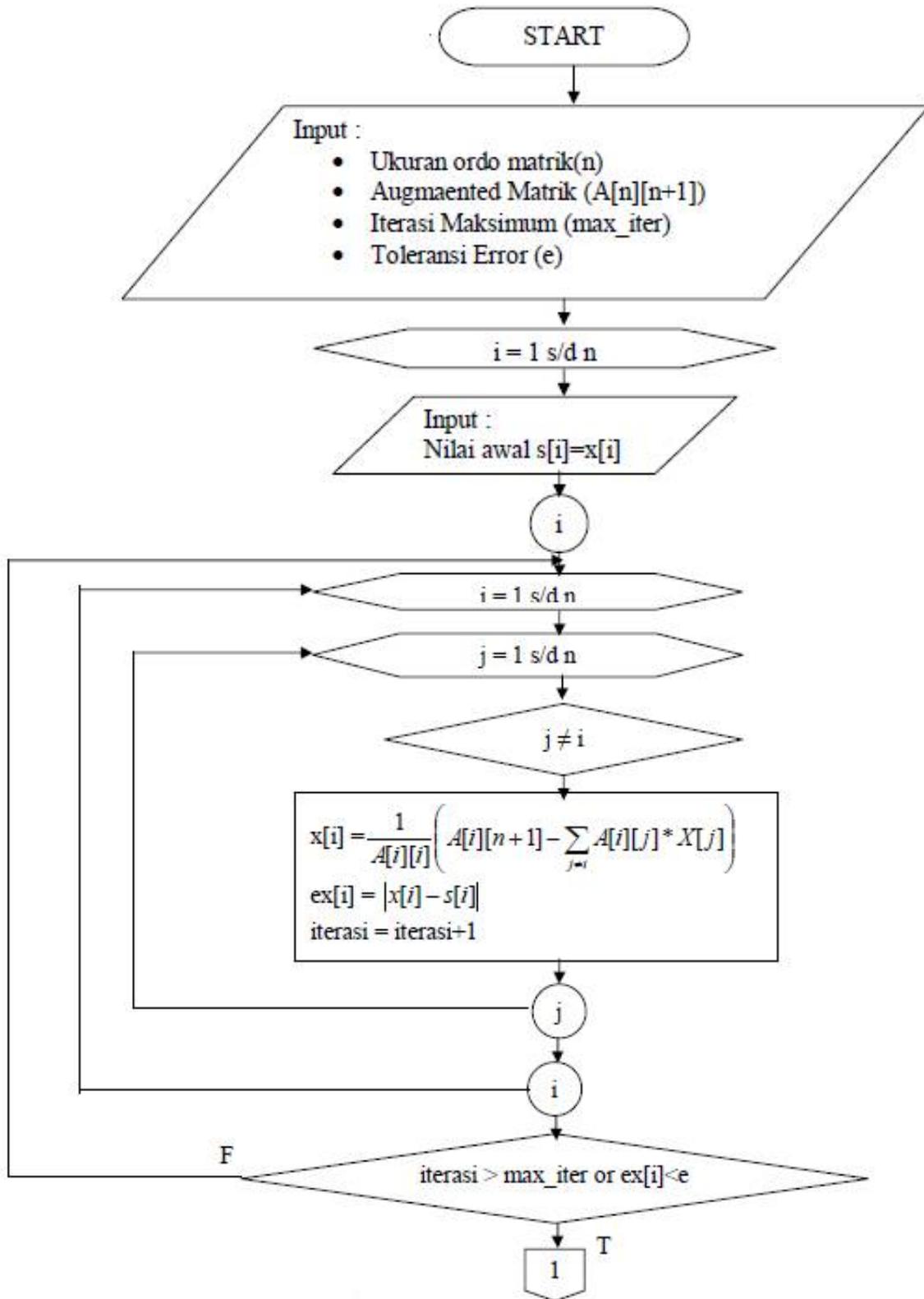
- (1) Masukkan matrik **A**, dan vektor **B** beserta ukurannya n
- (2) Tentukan batas maksimum iterasi max_iter
- (3) Tentukan toleransi error ε
- (4) Tentukan nilai awal dari x_i , untuk $i=1$ s/d n
- (5) Simpan x_i dalam s_i , untuk $i=1$ s/d n
- (6) Untuk $i=1$ s/d n hitung :

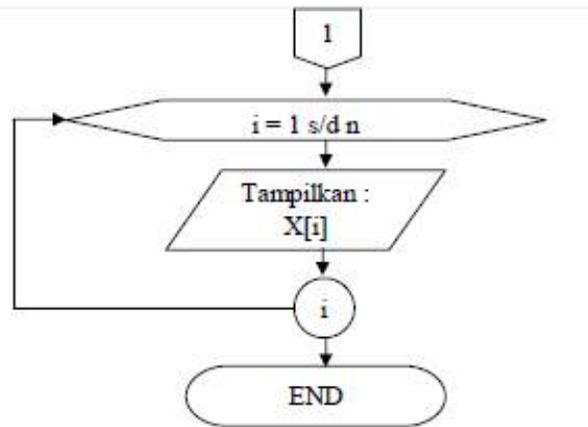
$$x_i = \frac{1}{a_{i,i}} \left(b_i - \sum_{j \neq i} a_{i,j} x_j \right)$$

$$e_i = |x_i - s_i|$$

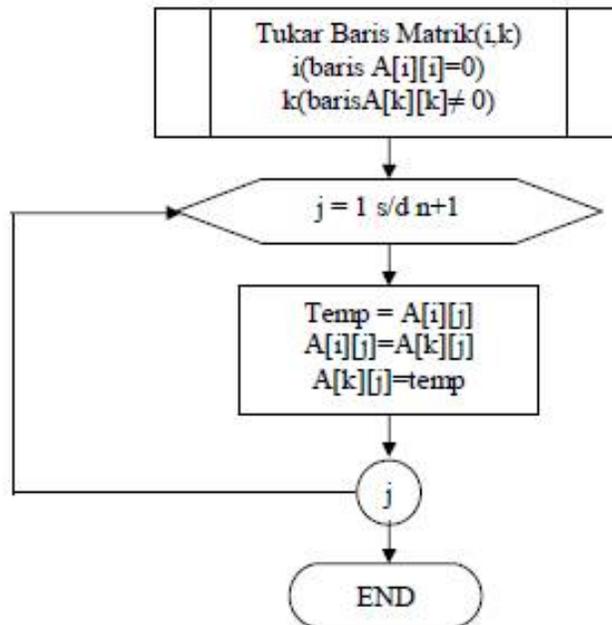
- (7) iterasi \leftarrow iterasi+1
- (8) Bila iterasi lebih dari max_iter atau tidak terdapat $e_i < \varepsilon$ untuk $i=1$ s/d n maka proses dihentikan dari penyelesaiannya adalah x_i untuk $i=1$ s/d n . Bila tidak maka ulangi langkah (5)

Flowchart Eliminasi Gauss Seidel :





Flowchart prosedur tukar:



10.3 Tugas Pendahuluan

Selesaikan persamaan : $10x_1 + 5x_2 = 80$ dengan menggunakan eliminasi Gauss Jordan
 $2x_1 + 6x_2 = 36$

10.4 Prosedur Percobaan

1. Selesaikan sistem persamaan linier berikut :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 2$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$$

2. Implementasikan algoritma dan flowchart yang sudah diberikan dan dikerjakan pada laporan pendahuluan, lalu isi lembaran laporan akhir seperti form laporan akhir yang ditentukan
3. Jalankan program dengan memasukkan berbagai macam nilai awal, kemudian tampilkan, tuliskan augmented matrik dan hasil akhir penyelesaian persamaan linier simultan prosedur no 1 untuk semua hasil yang telah dicoba.
4. Lakukan penukaran baris matrik persamaan linier simultan : baris II dengan baris III pada matrik awal yang diketahui. Jalankan program kemudian tampilkan, tuliskan augmented matrik dan hasil akhir penyelesaian persamaan linier simultan dari matrik yang telah ditukar barisnya. Lakukan hal yang sama dengan menukar kolom matrik I dengan matrik II.
5. Apa pengaruh dari masing-masing penukaran baris dan penukaran kolom pada matrik prosedur 4.

FORM LAPORAN AKHIR
Nama dan NRP mahasiswa

Judul Percobaan : METODE ELIMINASI GAUSS SEIDEL

Algoritma :

Listing program yang sudah benar :

Hasil percobaan :

1. Augmented matrik asal :
2. Percobaan dilakukan dengan : MAX_ITER=___ dan e=___
3. Untuk nilai awal = (___, ___, ___)

n	x1(n)	x2(n)	x3(n)	e

Dilakukan minimal 4 kali dengan 4 nilai awal yang berbeda

4. Penyelesaian akhir persamaan linier simultan :
 - $x_1 = \dots$
 - $x_2 = \dots$
 - $x_3 = \dots$
5. Ulangi langkah 2 s/d 4 untuk matrik penukaran baris, kemudian lakukan untuk matrik penukaran kolom

Apa pengaruh dari :

- Penentuan nilai awal tiap variabel bebas dengan jumlah iterasi akhir
- Penentuan nilai error dengan jumlah iterasi akhir
- Penukaran baris matrik persamaan linier simultan
- Penukaran kolom matrik persamaan linier simultan

10.5 Tugas

Lakukan analisa terhadap hasil yang telah diperoleh di tugas pendahuluan dan percobaan.